

Завдання

І етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019/2020 н.р.

6 клас

1. У Михайлика на дні народження було 5 друзів. Першому він відрізав $\frac{1}{6}$ частину святкового пирога, а другому - $\frac{1}{5}$ залишку, третьому - $\frac{1}{4}$ того, що залишилося, четвертому - $\frac{1}{3}$ нового залишку. Останній шматок пирога Михайлик розділив навпіл із п'ятим другом. Хто з'їв найбільший шматок пирога?
2. Мандрівник повинен перейти пустелю. Його шлях – 80км. За один день він проходить 20 км і може нести запас їжі та води на 3 дні. Тому він повинен робити проміжні станції і поповнювати на них запаси їжі та води. За яку найменшу кількість днів він зможе подолати свій шлях?
3. Розв'яжіть арифметичний ребус
КНИГА
+ КНИГА
КНИГА
НАУКА
4. У бочці залишилося 18 літрів бензину. У кожне з двох семилітрових відер треба налити по 6 л бензину. Окрім того є черпак місткістю 4 л. Як виконати задумане?
5. Клітчатий квадрат 6×6 розрізали по лініях клітинок на попарно різні прямокутники (прямокутники $m \times n$ і $n \times m$ вважаються однаковими). Яку найбільшу кількість прямокутників могли отримати?

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Завдання

I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019/2020 н.р.

7 клас

1. Дмитрик відпив $\frac{1}{6}$ чашки чорної кави і долив її молоком. Потім він випив $\frac{1}{3}$ чашки і знову долив її молоком. Потім Дмитрик випив ще пів чашки і знову долив її молоком. Нарешті він випив повну чашку. Чого Дмитрик випив більше – кави чи молока?
2. Михайлик і Віталій вийшли назустріч один одному із двох сіл, відстань між якими 20 км. Швидкість Михайлика 6 км/год, а Віталія – 4 км/год. Одночасно з Михайликом назустріч Віталію вилетіла муха; долетівши до Віталія, вона розвернулася і полетіла до Михайлика і так літала між ними доти, доки вони не зустрілися. Скільки кілометрів пролетіла муха, якщо її швидкість 11 км/год.
3. Розв'яжіть рівняння $||4|x| - 3| - 2| = 3$.
4. Маємо дві купки цвяхів. В одній – 25, а в другій – 30. Двоє гравців по черзі забивають в дошку довільну кількість цвяхів, взятих тільки з однієї купки. Як повинен діяти перший гравець, щоб перемогти? Програє той, хто не може зробити хід.
5. На площині дано чотири різні точки O, A, B, C. Промені OM та ON є бісектрисами кутів AOC та BOC відповідно, причому кут MON є прямим. Доведіть, що точка O належить прямій AB.

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Завдання

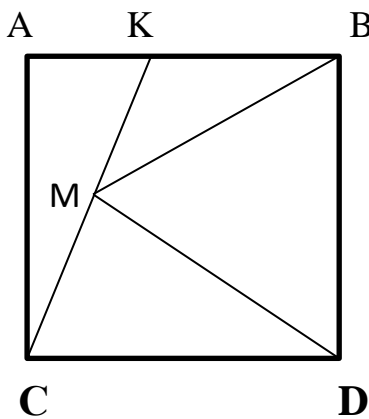
I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019/2020 н.р.

8 клас

1. У школі ледарів проводили змагання із списування та підказування. Відомо, що 75% учнів цієї школи настільки ледачі, що взагалі не з'явилися на змагання, а всі інші взяли участь хоча б в одному змаганні. При підбитті підсумків з'ясувалося, що в обох змаганнях взяли участь 10% тих, хто з'явився, і що учасників змагань із підказування було у півтора рази більше, ніж учасників змагань із списування. Знайдіть найменше можливе число учнів у школі.
2. Знайдіть швидкість і довжину поїзда, якщо він проходить уздовж платформи за завдовжки 378 км за 25 с, а повз нерухомого пасажирів – за 7 с.
3. Визначте при яких натуральних значеннях n вираз $\frac{n^3 - 2n^2 + 3}{n - 2}$ є цілим числом?
4. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{5x^2 - |x|}{x + |x|}$$

5. ABCD – квадрат. Трикутник BMC – рівносторонній. Знайдіть величину кута BMK. Відповідь обґрунтуйте.



На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Завдання

І етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019/2020 н.р.

9 клас

1. Антон, Борис, Василь і Гриць ходили по гриби. Антон із Борисом разом зібрали грибів саме стільки, як Василь і Гриць. В Антона з Грицем грибів менше, ніж у Бориса з Василем. Гриць знайшов більше грибів, ніж Василь. Розмістіть хлопців у порядку зменшення кількості знайдених грибів.
2. Чи можна розрізати квадрат 10×10 на 25 прямокутників 1×4 ?
3. Розв'яжіть рівняння

$$(x + 1)^4 + (x - 3)^4 = 32$$

4. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, центри вписаного і описаного кіл якого симетричні відносно основи трикутника.
5. Знайдіть суму

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2019} + \sqrt{2020}}$$

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Завдання

I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019/2020 н.р.

10 клас

- В одному готелі зупинилися англієць, італієць, німець і француз. Вони зайняли кімнати під номерами 11, 22, 33 і 44. Кожен з них привіз із собою одну домашню тварину: собаку, кішку, канарейку або папугу. Визначте хто з них у якому номері оселився і яку тваринку привіз, якщо відомо таке:
 - Французу не подобаються собаки;
 - У англієця є птах;
 - Хазяїн собаки зупинився в кімнаті 44;
 - Німець не має собаки;
 - У француза немає клітки;
 - Папуга говорить тільки англійською;
 - Італієць мешкає в кімнаті з парним номером;
 - У кімнаті 11 є клітка;
 - Хазяїн кішки зупинився в кімнаті з парним номером;
 - Англієць зупинився в кімнаті 33.
- Відомо, що $\frac{x^2-4y^2}{xy} = 3$, причому $x > 0$, $y < 0$. Знайдіть значення виразу $\frac{2x^2+y^2}{3xy}$.
- У трикутнику дві сторони дорівнюють a та b . Бісектриси, проведені до цих сторін, перетинаються під кутом 15° . Обчисліть площу трикутника.
- Спростіть вираз $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$.
- Відомо, що $\log_a \frac{b}{a} = 9$. Знайдіть значення виразу $\log_a^2 b - \frac{1}{\log_b \sqrt{a}} + 2$.

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Завдання

I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019/2020 н.р.

11 клас

1. Порівняйте числа:
 $A=11$,
 $B=\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{2019} 2020$,
 $C=\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \dots \cdot \log_{2020} 2019$.
2. Доведіть, що число $\cos 20^\circ \cos 30^\circ \sin 50^\circ - \cos 10^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$ є раціональним.
3. Н – точка перетину висот гострокутного трикутника ABC. Доведіть, що $AN \cdot BC + BN \cdot CA + CN \cdot AB = 4S$, де S – площа трикутника ABC.
4. Скільки точок координатної площини, обидві координати яких є цілими числами, належать графіку рівняння $(|x| - 1)^2 + (|y| + 2)^2 = 5$
5. Шість кругів розміщено на площині так, що деяка O лежить усередині кожного з них. Доведіть, що хоча б один із цих кругів містить центр іншого.

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.